

## הערכת חלוקת השליטה בחברות\*

עלי קרייזברג, \*\* ג'ון טיל\*\*\*

על-מנת להעריך את השליטה בחברות ואת התפלגותה בין בעלי המניות השונים, יש לנתח כמה פרמטרים: ערך השליטה (על-פי Jensen ו-Meckling), מצב החוקותיהם של בעלי השליטה בהון ההצבעה, הכוח שמצוי בידיו של כל בעל שליטה (באמצעות מדדי הכוח של Shapley ו-Owen) וכן חלקו של הציבור הרחב בשליטה מנימוקים ספקולטיביים.

מאמר זה מפתח מודל שיווי-משקל שבו ניתן לתרגם את כוחם של בעלי השליטה לערך כספי. פונקציית ההערכה אשר מבצעת את המעבר מכוח לערך נפתרת בשיטות נומריות, עם הנחה מפשטת לגבי פונקציות הביקוש של בעלי השליטה. המאמר מציג כמה פתרונות מספריים כדוגמה.

מבוא

פרק א: מחפש שליטה יחיד

פרק ב: מחפשי שליטה אחדים

פרק ג: פונקציית ביקוש של שליטה

פרק ד: מסקנות

## מבוא

המודל המוצג במאמר זה נועד לזהות את ערך השליטה של מניות הנסחרות בשוק חופשי על-ידי הציבור הרחב אשר אינו מעוניין בשליטה. המודל מדגים כי ערך השליטה של מניות

\* המאמר תורגם לשפה העברית על-ידי חברי המערכת של כתב-העת משפט ועסקים רונית אפל וסער רוסמן.

\*\* פרופסור בפקולטות לכלכלה באוניברסיטת בר-אילן ובמכללה האקדמית נתניה.

\*\*\* פרופסור בפקולטה לכלכלה, אוניברסיטת Pace, ניו-יורק.

אלה עולה על מחיר השוק הסטנדרטי שלהן. ערך השליטה של מניה אינו תוצאה של שיווי-המשקל הנובע מכמות המניות המוצעות ומחירן הסטנדרטי בשוק, ולראיה, אפילו מניות המוחזקות על-ידי הציבור הרחב כוללות פרמיות שליטה. מחיר השוק של המניה משקף את פיזור השליטה בחברה ואת ההשלכות של פיזור השליטה על קבלת החלטות בחברה. אי-לכך הערך השולי של שליטה המיוחס למניה מסוימת הנסחרת בבורסה צפוי להיות שונה לחלוטין ממחיר השוק המשתקף משווי החברה בלבד. יתר על כן, הוזהר והמאפיינים של הקונים והמוכרים משפיעים גם הם על שווי המניה העומדת למכירה, אף שאין הם משפיעים בהכרח על שווי הנכסים של החברה.

מאמר זה מוסיף על מודלים קיימים, אשר מעריכים את שווי המניה על בסיס סוג המניה והתשואה הצפויה ממנה,<sup>1</sup> באמצעות שילוב אומדן מספרי של ערך השליטה בתאגיד. מאחר שהמאמר מציע ערך מספרי כולל, ניתן להגיע לשיווי-משקל חדש שיגלם גם את הערך הזה. אף שהגבלנו את הנחות-היסוד שלנו, נרחיב את ניתוחנו האנליטי בשלב מאוחר יותר של המאמר.

לשליטה בחברה יש ערך מוחלט מאחר שהיא עשויה להעניק טובות-הנאה לבעלי מניות על-חשבון בעלי מניות שאינם מעוניינים בשליטה בחברה. תשרור אי-ודאות בכל הנוגע למידת השליטה של בעל מניות יחיד אלא אם כן לבעל מניות ספציפי או לקבוצה של בעלי מניות יש רוב מוחלט של הקולות בהצבעה של החברה. בכל מקרה, פיזור זכויות ההצבעה קובע את רמת השליטה הצפויה או המדומה. לצערנו, ערך השליטה והתועלת המופקת קשים למדידה מכמה סיבות: ראשית, אין שווקים מפותחים לתועלות פרטיות המופקות מחברות, מכיוון שבעלי שליטה, כמו-גם חברות, מעוניינים לשמור על סודיות מסחרית בכל הנוגע לרווחים ולתועלות; שנית, קשה למדוד את מידת ההשפעה של המניה על-פי מחיר השוק שלה. המודל המוצג במאמר זה מעריך שליטה ותועלות על בסיס שילוב של מחירי המניות ושל מודלים קיימים של כוח אשר מושתתים על פיזור המניות והשליטה בחברה.

להערכה ראויה של התועלות הפרטיות ושל השליטה בחברה יש השלכות חשובות, הנוגעות בערך מניותיה של החברה, באסטרטגיות ההשתלטות עליה ובמדיניות הרגולטורית שיש לנקוט כלפיה. על-אף כמה פרשיות וסיקור תקשורתי שלילי, תועלות פרטיות אינן רעה חולה שיש להיפטר ממנה, אלא הן מהוות נכסים שיש להבינם, לנהלם, להעריךם ולפורם באופן מתאים. תועלות פרטיות עשויות לכלול הכנסה ניהולית, יכולת השפעה על קבלת החלטות, יצירת הזדמנויות ואפשרויות גישה למידע של החברה, והיכולת להפנות משאבים על-פי ראייה כוללת חוץ-תאגידית.

במאמר זה אנו רואים את החברה כאגד של חוזים בין בעלי מניות אשר משרתים

1 דוגמות למודלים קיימים ניתן למצוא אצל: Ronald C. Lease, John J. McConnell & Wayne H. Mikkelsen, *The Market Value of Control in Publicly-Traded Corporations*, 11 J. FIN. ECON. 439 (1983); Ronald C. Lease, John J. McConnell & Wayne H. Mikkelsen, *The Market Value of Differential Rights in Closely Held Corporations*, 57(4) J. Bus. 443 (1984); Haim Levy, *Economic Evaluation of Voting Power of Common Stock*, 38(1) J. FIN. 79 (1983).

אינטרסים אישיים.<sup>2</sup> לפיכך בעלי מניות משתתפים בחלוקת דיבידנדים ומתחרים על שליטה בחברה בהתאם לתועלות הפרטיות שהם מתכוונים להפיק ממנה. חלוקת דיבידנדים נעשית בהתאם לבעלות במניות או לפי כללים הנקבעים מראש במקרה של מניות מסוגים שונים. שליטה ותועלות פרטיות נקבעות באמצעות הצבעה. לכן בעלי מניות מתחרים על המניות ועל זכויות ההצבעה הנלוות אליהן, על-מנת להשפיע על הקצאת האמצעים של החברה ועל תרגומם לתועלות פרטיות.

על-פי הגרסות השונות של המודל להערכת מניות של Gordon,<sup>3</sup> המשמש בסיס להערכת דיבידנדים ביחס למניות, אפשר להסתכל על equity-only firm כעל ערכם הכולל של הדיבידנדים והתועלות הפרטיות הנובעים מהחברה. שתי מסגרות להערכת תועלות פרטיות קיימות בספרות: האחת מעריכה תועלות אישיות כפונקציה של ההפרש בין הסכום ששולם בעבור כל מניה, כחלק מגוש שליטה, לבין מחיר המניה בשוק הציבורי;<sup>4</sup> והאחרת, בהקשר של חברות עם שני סוגים של מניות, מבוססת על מדידת ההפרש בין מחיריהן של מניות עם זכויות הצבעה שונות.<sup>5</sup> מאמר זה מציע מסגרת שלישית, המבוססת על חלוקת מניות בין בעלי מניות ומוקדי כוח בחברה.

ערכו של מרכיב השליטה במניה מסוימת יכול שיימדד לפי תרומתה העתידית לתועלות פרטיות אשר ימומשו על-ידי "הבעלים הסופי" שלה. ערך צפוי זה מורכב מהסיכוי שהשליטה הנובעת ממניות אלה תמומש ומהסיכוי שהתועלות הפרטיות הנובעות משליטה זו ימומשו. הספרות העוסקת בתורת המשחקים מספקת כמה טכניקות שימושיות להערכת הסיכוי למימוש השליטה. בספרות יושמו מדדי הכוח<sup>6</sup> על הערכת זכויות ההצבעה

- 2 ראו: Armen A. Alchian & H. Demsetz, *Production, Information Costs, and Economic Organization*, 62 AM. ECON. REV. 777 (1972); Eugene F. Fama, *Agency Problems and the Theory of the Firm*, 88(2) J. POL. ECON. 288 (1980); Michael Jensen & William Meckling, *Theory of the Firm, Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure*, 3(4) J. FIN. ECON. 305 (1976).
- 3 MYRON J. GORDON, *THE INVESTMENT, FINANCING AND VALUATION OF THE CORPORATION* (R.D. Irwin, Illinois, 1962).
- 4 Tatiana Nenova, *The Value of Corporate Voting Rights and Control: A Cross-Country Analysis*, 68(3) J. FIN. ECON. 325 (2003); Alexander Dyck & Luigi Zingales, *Private Benefits of Control: An International Comparison*, 59(2) J. FIN. 537 (2004).
- 5 ראו: Lease, McConnell & Mikkelson, *The Market Value of Control in Publicly-Traded Corporations*, לעיל ה"ש 1. ראו גם: Lease, McConnell & Mikkelson, *Market Value of Differential Rights in Closely Held Corporations*, לעיל ה"ש 1; Harry DeAngelo & Linda DeAngelo, *Managerial Ownership of Voting Rights*, 14(1) J. OF FIN. ECON. 33 (1985).
- 6 L.S. Shapley & Martin Shubik, *A Method for Evaluating the Distribution of Power in a Committee System*, 48(3) AM. POL. SCI. REV. 787 (1954); J.W. Milnor & L.S. Shapley, *Values of Large Games II: Oceanic Games*, 3(4) MATHEMATICS OF

בחברות.<sup>7</sup> מודלים אלה ויישומם יכולים לשמש בסיס להבנת הכוח הנובע מזכויות הצבעה וממקבצים של זכויות הצבעה. אף שהערכים של מדדי הכוח מושפעים בעיקר מזכויות ההצבעה, יש עדיין צורך להעריך את התועלות האישיות הנובעות מאותן זכויות.<sup>8</sup> Zingales הציע להשתמש במודלים אלה כבסיס להערכת התועלות הפרטיות לאחר חישוב ערכן של זכויות ההצבעה. באחד מספריו השתמש Zwiebel<sup>9</sup> במדדי כוח על-מנת להדגים כיצד קבוצת-שליטה רוכשת לעיתים מניה רק כדי למנוע שליטה דומה ממתחרים. זאת, גם במקרים שבהם קבוצת-השליטה אינן מסוגלות להגיע לרוב הרצוי להן מתוך סך כל הקולות במוקדי הכוח בחברה.

מאמרים אחדים<sup>10</sup> השתמשו בהפרשי המחירים בין מניות-בכורה לבין מניות רגילות על-מנת להעריך את שוויין של זכויות ההצבעה. אולם במתודולוגיה אמפירית זו ניתן להשתמש רק במקרים שבהם קיימים בשוק התחרותי שני סוגי מניות או יותר. אף שקיימת ספרות ענפה העוסקת בנושא התועלות הפרטיות המופקות מחברה, לא נבחנה הטכניקה של מדידת ערכן. מאמרנו מנסה להראות כיצד התוצאות של מודלים קיימים לשיערוך שוויין של זכויות ההצבעה בחברות משליכות על שווי התועלות הפרטיות של בעליהן. מאמרנו מדגיש את תפקידו של בעל המניות שאינו מעוניין בשליטה בחברה במסגרת הערכת שוויין של זכויות ההצבעה והשליטה בהתבסס על ממצאיו של Zingales:<sup>11</sup>

"Votes allocate control. Therefore, even if outside shareholders do not enjoy these private benefits, they may attribute some value to voting rights as long as there is competition among different management teams to acquire those votes. In particular, votes held by small outside

- 
- OPERATION RESEARCH 290 (1978); Guillermo Owen, *Multilinear Extensions of Games*, 18(5) MANAG. SCI. 64 (1972).
- 7 C. Bergstrom & K. Rydqvist, *Ownership of Equity in Dual Class Firms*, 14 J. OF BANK. & FIN. 255 (1990); Kristian Rydqvist, *Empirical Investigation of the Voting Premium* (Northwestern University, Working Paper No. 35, 1987); Chris Robinson & Alan White, *The Value of a Vote in the Market for Corporate Control* (York University, Working Paper, 1989); Luigi Zingales, *What Determines the Value of Corporate Voting Rights?* 110(4) Q. J. ECON. 1047 (1995); John L. Teall, *A Binomial Model for the Valuation of Corporate Voting Rights*, 23(4) JBFA 603 (1996).
- 8 Luigi Zingales, *The Value of the Voting Right: A Study of the Milan Stock Exchange Experience*, 7(1) REV. FIN. STUD. 125 (1994).
- 9 Jeffrey Zwiebel, *Block Investment and Partial Benefits of Corporate Control*, 62(2) REV. ECON. STUD. 161 (1995).
- 10 Shmuel Hauser & Beni Lauterbach, *The Value of Voting Rights ; לעיל ה"ש 1*; Levy, *to Majority Shareholders: Evidence from Dual Class Stock Unifications*, 17(4) REV. FIN. STUD. 1167 (2004).
- 11 ראו Zingales, *לעיל ה"ש 8*, בעמ' 126.

investors become very valuable when they are pivotal, that is when they are decisive in attributing control to any of the management teams fighting for it."

Zingales מצא שזכויות הצבעה מהוות חלק חשוב, שנע בין 10% ל-20% מערך המניה הכולל. מחקרים שונים מצאו כי פרמיות ההצבעה נעות בין 5.4% בארצות-הברית<sup>12</sup> ל-82% באיטליה.<sup>13</sup>

במקצועות הכלכלה והמשפט עולות דאגות בקשר לחוסר היכולת להעריך שליטה בתאגידים על בסיס מודלים מתאימים. לדוגמה, שימוש גובר ב-Family Limited Partnerships בארצות-הברית במטרה לפצות עזבונות על אובדן שליטה, חלוקה מחדש של אינטרסים עסקיים עקב הליכי גירוש ומגוון מניעים אחרים הגבירו את הצורך בפיתוח מודלים חדשים אשר יביאו בחשבון את מרכיב השליטה.

מערכת המשפט הישראלית מתמודדת עם מקרים רבים של שינויים ארגוניים בתאגיד (Share Class Reunification). חברות רבות הנסחרות בבורסה בתל-אביב גייסו הון בתחילת שנות השמונים באמצעות הנפקת מניות "נחותות", במטרה למנוע פיזור שליטה. הנהוג הקיים היה להנפיק מניות "נחותות", עם זכויות הצבעה פחותות, ולפצות על כך באמצעות זכויות דיבידנדים מוגברות. מניות אלה נשאו קול אחד לפחות באספה הכללית, כפי שהתחייב באותם ימים. באמצע שנות התשעים נחקק בארץ חוק האוסר הנפקת מניות "נחותות" כאלה (עם זכויות דיבידנדים מוגברות אך עם זכויות הצבעה פחותות). כתוצאה מכך, חברות עם שני סוגי מניות יכלו לגייס הון רק באמצעות הנפקת מניות "מועדפות". דבר זה הוביל לגל של השוואת זכויות בקרב בעלי המניות. משנת 2002 עברו 106 חברות את ההליך של השוואת זכויות, הנקרא "איחוד הון". הליך זה מחייב את אישורו של בית-המשפט, ולא-אחת ניתן לבעלי המניות המועדפות פיצוי על אובדן השליטה הנובע מהליך זה. ברם, פיצוי זה ניתן על-ידי מערכת המשפט בצורה לא-עקבית, וניכר העדרו של הליך שיטתי להערכת שווי השליטה.

בפרק א' אנו מציגים תהליך לשיערוך שליטה במצבים שבהם קיים בעל שליטה מרכזי יחיד המעוניין בשליטה. בפרק ב' מוכנס לזירה בעל שליטה נוסף, אשר מתחרה גם הוא על השליטה בחברה. פרק ג' נציג עקומת ביקוש לשליטה אשר משקללת את התועלות הפרטיות המופקות על-ידי קבוצת-השליטה בחברה ומפחיתה את כמות ה-security benefits המופקים על-ידי ההנהלה. פרק ד' נציג מסקנות העולות מן המודל המוצע במאמר.

12 ראו: Ronald C. Lease, John J. McConnell & Wayne H. Mikkelson, *The Market Value of Control in Publicly-Traded Corporations*, 11 J. FIN. ECON. 439 (1983)

13 ראו Zingales, לעיל ה"ש 8.

## פרק א: מחפש שליטה יחיד

בפרק זה של המאמר נבחן את פיזור השליטה או הכוח בין בעלי המניות. מאחר שבעלי מניות אשר אינם מעוניינים בשליטה עשויים למכור מניות לבעלי מניות אחרים אשר מעוניינים בשליטה, נפנה את תשומת-ליבנו לתפקידם של בעלי המניות אשר אינם מעוניינים בשליטה. לפי ניתוח זה, מחירה של מניה מסוימת בחברה לא יהיה הומוגני, ויהיה תלוי בכמה גורמים, כגון זהות המוכר ורמת השליטה שלו בחברה וכן זהות הקונה ורמת השליטה שלו בחברה.

ההנחות הבסיסיות שביסוד המודל שלנו הן כדלקמן:

- 1א - ההנהלה הנוכחית יחד עם בעלי המניות אשר תומכים בה מחזיקים בסך-הכל ב-  $N_1$  מניות. קבוצה זו של בעלי מניות נקראת ככלל "הצוות הניהולי" (incumbent management team), ומוחזקת כמפיקה תועלות פרטיות נוספות משליטתה פרט לתקבולים הנכונים לה כבעלת מניות מן המניין.
- 2א - אנו מניחים שקיים "מאזן אימה", או שיווי-משקל התחלתי, אשר מאפיין את המסגרת הראשונית. כלומר, למחפשי שליטה בחברה אין תמריץ התחלתי לשנות את רמת החזקותיהם בתאגיד.
- 3א - אנו מגדירים את התועלות המופקות משליטה על-פי מדד כוח מנורמל  $PI \leq 1$ . מדד הכוח מנורמל כך שכאשר מחפש שליטה יחיד מגדיל את החזקותיו ל-  $N_c$  מניות, שהוא מספר המניות הנדרש על-מנת להשיג רוב מוחלט של מניות, ה-  $PI$  יהיה 1. מדד כוח זה אינו בהכרח פונקציה של רמת השליטה, ואינו משתנה ביחס ישר לרמת ההחזקות של משקיעים.
- 4א - אנו מניחים שסכום התועלות המופקות מהשליטה בחברה הוא קבוע ( $V_c$ ).
- 5א - המודל מניח שפונקציית הביקוש של רוב בעלי המניות ידועה לכל.

הנחה 4א תשתנה בשלב מאוחר יותר של ניתוח המודל, שכן ייתכן שתועלת הנובעת משליטה בחברה תחולק בין השחקנים בשוק השליטה (ובכלל זה מחפשי השליטה והציבור הרחב). בסיסה של הנחה 4א הוא שבשיווי-משקל שווי השליטה הכולל מוכתב על-ידי מחזיק המניות העיקרי, כל עוד הוא אינו משנה את רמת השליטה שלו בחברה. בשלב מאוחר יותר נשמוט הנחה זו על-ידי הכנסת עקומת ביקוש לשליטה. כך יביא המודל בחשבון שינויים פוטנציאליים בשווי השליטה הכולל. השינוי בשווי השליטה הכולל יבוא לידי ביטוי בשתי דרכים: האחת, כוחו של בעל השליטה, כפי שהוסבר קודם לכן; והאחרת, עקומת הביקוש לשליטה של בעל השליטה, אשר משקפת את רצונו להשיג את התועלות המופקות משליטה על-פי מדדי הכוח. מדדי הכוח קובעים את רמת השליטה בת-ההשגה ואת רמות השליטה השונות הנדרשות לסוגים שונים של החלטות. מדד הכוח קובע רמות אלה באמצעות הרמות הקריטיות הנדרשות להשגת רוב לשם העברת החלטות מסוימות על-פי סוגי הרוב השונים (רוב רגיל, רוב מיוחס ורוב מוחלט).

נבחן דוגמה שבה לשני גורמים הפציי-שליטה יש מספר מניות זהה וכן זכויות שליטה

(control rights) שוות. אף שעקומות הביקוש לשליטה שלהם עשויות להיות שונות זו מזו, יחסמו שני הפציי השליטה זה את זה מלהשיג רמת שליטה גבוהה יותר (ובתוך כך גם יגבילו את התועלות המופקות מהשליטה). כתוצאה מכך ירד שווי השליטה הכולל. ירידה זו מיושמת בהתאם למדדי הכוח השונים.

נתחיל במקרה שבו מחפש שליטה יחיד מחזיק ב- $N_1$  מניות. בעלי המניות הנתרים, שמספרם  $M-1$ , מחזיקים ב- $N-N_1$  מניות הצבעה, כש- $N$  הוא סך כל מניות ההצבעה בחברה. בהנתן הנחת היסוד 4, שלפיה השווי הכולל של התועלות המופקות מהשליטה הוא קבוע ( $Vc$ ), השווי הכולל של מניה רגילה ( $E$ ) הוא כדלקמן:

$$E = (V - Vc) / N \quad (1)$$

כאשר  $V$  הוא הערך הכולל של החברה. אם  $Vc_j$  הוא השווי המוערך של תועלות השליטה שימומשו על-ידי בעל מניות  $j$  כאשר כל בעלי המניות מחזיקים בסך-הכל  $N$  מניות, אנו מגדירים את שווי השליטה הכולל כדלקמן:

$$Vc = \sum_{j=1}^M Vc_j \quad (2)$$

אם נציב במשוואה (1) את הביטוי ממשוואה (2), נקבל:

$$E = (V - \sum Vc_j) / N \quad (3)$$

אנו מגדירים כי כל טענה של מחזיק מניות לשליטה מעניקה תועלת במובן נורמלי של מדד כוח ( $PI_i$  (Power Index), כאשר  $0 \leq PI_i \leq 1 \forall i$  ו- $\sum_{i=1}^M PI_i = 1$ . ערך השליטה הוא פונקציה של מדד הכוח  $PI$ , דהיינו  $Vc_1 = Vc f(PI_{M1})$ , כאשר  $0 \leq f(PI_{M1}) \leq 1$  וכאשר  $f(PI_{M1}) = 1$  אנו מגדירים  $f_1(\cdot)$  ו- $f_2(\cdot)$  כערך של השליטה בעבור שני שחקנים שונים, כאשר  $f_1(PI_{M1}) = f_1(PI_{M1})$ . המחיר המרבי ששחקן אשר מבקש את השליטה (control seeker) יסכים לשלם בעבור  $\Delta N$  מניות נוספות הוא פונקציה של הגידול ב- $f(\cdot)$  (יש להדגיש כי בהתאם למשוואה (2),  $Vc$  מייצג את הערך הכולל של השליטה, בעוד  $Vc_i$  מייצג ערך אינדיווידואלי).

$$Vc(f(PI_{N1+\Delta N}) - f(PI_{N1})), \quad \forall \Delta N, \Delta N = 1, (N_c - N_1) \quad (4)$$

בעלי המניות יהיו נכונים לשלם בעבור כל מניה סכום ממוצע של:

$$Vc(f(PI_{N1+\Delta N}) - f(PI_{N1})) / \Delta N \quad (5)$$

ההנחה היא שלכל שאר בעלי המניות יש מידע מלא על מצבם של מחפשי השליטה. נוסף על כך אנו מניחים ששאר בעלי המניות יהיו מוכנים לרכוש מניות הצבעה על-ידי תשלום של שווי השליטה המוטמע במחיר השוק, תוך ציפייה לשינוי במעמדם של מחפשי השליטה.

יש  $N-N_1$  מניות בשוק, שמתוכן מחפש השליטה שוקל לקנות  $\Delta N$  מניות באמצעות מכרו או בשוק הפתוח. לכן הסיכוי שבעל מניה המחזיק במניה אחת יחידה ימכור אותה לידי מחפש השליטה הוא:  $\Delta N / (N - N_1)$ , ושווי התועלת הצפויה למוכר שאינו מחפש שליטה עשוי להגיע לרמה של:

$$V_c \frac{\Delta N}{(N - N_1)} \frac{(f\{PI_{N_1+\Delta N}\} - f\{PI_{N_1}\})}{\Delta N} = V_c (f\{PI_{N_1+\Delta N}\} - f\{PI_{N_1}\}) / (N - N_1) \quad (6)$$

איי-לכך, סוחר ציבורי רגיל יהיה נכון לקנות מניית הצבעה ולשלם מחיר שוק  $P_m$  בעבור מניית הצבעה יחידה:

$$P_m = V_c \cdot \rho \cdot f(PI_{N_1+\Delta N} - f\{PI_{N_1}\}) / (N - N_1) \quad (7)$$

$\rho$  מסמל את הפיכת השווי המוערך לשווי מוחלט,  $0 < \rho < 1$ . התמרה זו מוחזקת כשווה בעבור כל המשקיעים. מאחר שערך השליטה הכולל המגולם במניות הוא  $V_c$ , שווי השליטה הנובעת מהחזקותיו של בעל אינטרס שליטה יחיד הוא:

$$V_{c_1} = V_c \cdot \rho \cdot f\{PI_{N_1}\} \quad (8)$$

נוסף על כך, ערך השליטה הנובעת מסכום שאר מניות ההצבעה -

$$\begin{aligned} \sum V_{c_j} &= V_c (N - N_1) \cdot f\left\{\left(PI_{N_1+\Delta N} - PI_{N_1}\right) / (N - N_1)\right\} \\ &= V_c \cdot f\left\{\left(PI_{N_1+\Delta N} - PI_{N_1}\right)\right\} \end{aligned} \quad (9)$$

גיע לכדי  $V_c$  לפי הנחה 4, היות שמדדי הכוח מנורמלים. בתרחיש שבו יש מחפש שליטה יחיד ניווכח כי  $V_{c_j}$  יוכל לקבל את הערך 0, ובהתאמה:  $V_{c_j} = 1$ . מחפש שליטה אשר מחזיק ב- $N_j$  מניות ושוקל רכישת  $\Delta N$  מניות נוספות ( $\rho = 1$ ) -  $\Delta N = 1 \dots N_c - N_1$  - יהיה מוכן להציע בעבור כל מניה, במקרה של מכרו (כל-היותר):

$$V_c \cdot [f\{PI_{N_1+\Delta N}\} - f\{PI_{N_1}\}] / \Delta N \quad (10)$$

ובעבור כל המניות שיקנה אחת-אחת בשוק הפתוח הוא יציע:

$$V_c \cdot \sum_{N_1}^{N_1+\Delta N} \rho f\left[\left\{PI_{N_1-\Delta N}\right\} - f\{PI_{N_1}\}\right] \quad (11)$$



למרות זאת, מחיר השוק בעבור פרמיית השליטה ניתן על-ידי נוסחה (7). במצב שבו קיים מידע סימטרי לכל המשתתפים, מחפש השליטה היחיד יקנה מניות במחירים שנקבעו בציבור שאינו מעוניין בשליטה, ולא על-פי המחיר המרבי המשקף את אינטרס השליטה שלו.

לכן מחיר השוק ירד כך שמחפש שליטה יחיד יוכל לקנות מניות כשמחיר השוק בעבור מניות הצבעה יגיע לאפס. זאת, מכיוון שכאשר לכל מניות השוק אין פרמיית שליטה ( $V_c=0$ ), שווי השליטה הכולל ( $V_c$ ) מוקצה רק למחפש השליטה היחיד. מכיוון שברשות מחפש השליטה היחיד נמצא כל שווי השליטה, למשקיעים אין תמריץ לשנות את רמת ההחזקות שלהם בחברה. שוק השליטה שומר על שיווי-המשקל שלו, מחיר השוק ( $P_m$ ) של כל קול הוא אפס, ומחפש השליטה היחיד שומר על כל ערך השליטה.

$$V_c [f\{PI_{N_1-\Delta N}\} - f\{PI_{N_1}\}] = P\Delta N_1 = 0 \quad (11)$$

$$V_c [f(PI_{N_1})] + (N - N_1)P_m = V_c \quad (12)$$

$$P_m = \rho [\Delta N_1 I(N - N_1)]P = 0 \quad (13)$$

מאחר שתרחיש זה מציג מחפש שליטה יחיד ללא יריבים, הגבול התחתון של מחיר השוק ( $P$ ) הוא אפס. אין סיבה לבעל השליטה להציע יותר מ- $P_m=0$  (היות שהשליטה ברשותו). אף-על-פי-כן, מחיר השוק המוצג במשוואה (13) מציג מחפש שליטה יחיד השומר על שליטה מונופסונית (monopsony power). אולם אם יוכנס לזירה יריב פוטנציאלי למחפש השליטה, מחיר השליטה וחלוקת השליטה ישתנו לגמרי.

## פרק ב: מחפשי שליטה אחדים

בפרק זה של המאמר נכניס יריב נוסף לזירה. קבוצת בעלי המניות הגדולה ביותר נחשבת לבעל המניות העיקרי ולצוות הניהולי בפועל. גם הצוות הניהולי וגם יריבו לשליטה מכירים את מצב היריבים בשוק ומגיבים בהתאם על שינויים במצבים אלה. מחירי המניות משתנים בהתאם.

קיים מחיר שוק שבו אלה שאינם מחפשים שליטה סוחרים במניות הצבעה, אך מחיר זה משתנה ככל שפיזור המניות משתנה. להלן נשמור על הנחות היסוד אשר הוצגו בפרק הקודם. כמו-כן נניח שההנהלה בפועל מחזיקה ב- $N_1$  מניות, ושהיריב הפוטנציאלי מחזיק ב- $N_2$  מניות. כל אחד מהם מחזיק רמה מסוימת של כוח - הנמדדת על-פי מדד כוח ( $PI$  - power index) - אשר מובילה לשווי שליטה יחיד  $f\{PI\}$ .

$f(\cdot)$  היא פונקציה רציפה וזהה באופן סימטרי לשני היריבים,  $0 \leq f\{PI\}$ . נניח שהיריב

עלי קרייזברג, גיון טיל

משפט ועסקים ח, התשס"ח

שוקל להשתלט על החברה על-ידי רכישת מניות בשוק הפתוח. מובן שהוא ינקוט צעד זה רק אם התועלות הפוטנציאליות (הערך המוסף שבשליטה) עולה על עלויותיו (מחיר השוק של מניית הצבעה). ללא קשר לתגובות הצפויות של קבוצת ההנהלה, היריב יהיה מוכן לרכוש קול נוסף במחיר שלא יעלה על:

$$Pr = Vc \left[ f(PIN_2 + 1 - N_1) - f(PIN_2) \right] \quad (14)$$

$$\text{או } Pr = Vc \left[ \frac{\partial f(PIN_2)}{\partial N_2} \right] \text{ אם } f(\cdot) \text{ רציפה ו-} N \text{ שואף לאינסוף.}$$

המחיר המרבי שהיריב יהיה מוכן לשלם בעבור  $\Delta N$  מניות נוספות באמצעות מכרז יהיה:

$$Pr = Vc \left[ f\{PIN_2 + \Delta N_2\} - f\{PIN_2\} \right] / \Delta N_2 \quad (15)$$

ואילו כאשר המניות נרכשות בצורה בדידה בשוק הפתוח, המחיר הממוצע המרבי יהיה:

$$Pr = Vc \left[ \frac{\Delta N_2}{\sum_{n=1}^{\Delta N_2} f\{PIN_2 + n\}} - f\{PIN_2\} \right] / \Delta N_2 \quad (15)$$

$$Pr = Vc \int_{N_2}^{N_2 + \Delta N_2} \{f(PIN_2) dN_2\} / \Delta N_2 \quad \text{או}$$

כאשר מספר המניות מתקרב לאינסוף.

כאשר רכישת קולות מפיקה תועלות שוליות פוחתות וליריב יש מספר מניות נמוך מזה של קבוצת בעלי השליטה, נצפה ש- $P_r$  יהיה גבוה מהמחיר המוצע על-ידי בעלי השליטה. למרות זאת, תגובתם של בעלי השליטה על אסטרטגיית ההצעה של היריב עשויה לשנות זאת. על רכישת  $\Delta N_2$  מניות על-ידי היריב, תגיב קבוצת השליטה ברכישת  $\Delta N_1$  מניות, על-מנת לשמור על רמת השליטה הראשונית שלה. לכן:

$$f(PIN_1) = f(PIN_1 + dN_1N_2 + dN_2) - dN_1 P_c \quad (16)$$

$$\forall dN_2, dN_2 = 0 \dots N_c - N_2$$

כאשר  $P_c$  הוא המחיר המוצע על-ידי קבוצת השליטה, ו- $P_r$  הוא המחיר המוצע על-ידי היריב.

התנאים והנוסחה של "מאזן האימה" (שיווי-המשקל) במשוואה (16) מראים כי:

$$P_c = V_c \left[ \frac{f(P|_{N_1+dN_1|N_2+dN_2}) - f(P|_{N_1})}{\Delta N_1} \right] \geq Pr = V_c \left[ \frac{f(P|_{N_2+dN_2|N_1+dN_1}) - f(P|_{N_2})}{\Delta N_2} \right] \quad (17)$$

$P_c$  חייב להיות חיובי לכל צעד פוטנציאלי, היות ש- $f(P) \leq 1$ , ובגלל תנאי "מאזן האימה". במילים אחרות, במצב קיצוני, השולטים בפועל יחתרו להשגת  $N_c$  מניות, אשר עבורן  $f(\cdot)$  גדול מנקודת שיווי-המשקל הראשונית. אבל ההנהלה בפועל, שיכולה להרוויח על-ידי הצעה בהתאם למשוואה (17), תציע רק  $P_r + \varepsilon$ . מחיר השוק,  $P_m$ , מייצג את שווי השוק בקרב אלה שאינם מחפשים שליטה, המצפים לתגובה פוטנציאלית של מחפשי השליטה. בחלק זה אנו משיגים מחיר מינימלי  $P_r$  שקבוצת השליטה עשויה להציע בעבור קול נוסף. רכישת אגד מניות באמצעות מכרז עלולה להשליך על המחירים ותועלות השליטה באופן שונה מאשר רכישת בדידה של מניות עד להגעה לרמת השליטה או לשווי הרצויים.<sup>14</sup> נסכם את המקרה של מכרז המוצע על-ידי היריב עם הנוסחות הבאות, אשר מציגות את שני התנאים המפורטים לעיל וקובעות את מחיר השוק:

1. תנאי "מאזן האימה" מונעים הצעות על-ידי קבוצת-שליטה אחרות:<sup>15</sup>

$$V_c \left[ f\{P|_{N_2+\Delta N_2|N_1+\Delta N_1}\} - f\{P|_{N_2|N_1}\} \right] = \Delta N_2 Pr \quad (18)$$

2. לקביעת מחיר השוק, כאשר  $\Delta N_2 / (N - N_1 - N_2)$  מייצג את ההסתברות שמניה נתונה של מי שאינו מחפש שליטה תרכש על-ידי היריב (מחפש השליטה):

$$P_m = \rho \frac{\Delta N_2}{N - N_1 - N_2} Pr \quad (19)$$

3. שווי השליטה הכולל:

$$V_c \left[ f\{P|_{N_1|N_2}\} + f\{P|_{N_2|N_1}\} \right] + (N - N_1 - N_2) P_m = V_c \quad (20)$$

14 ראו: M. Burkhart, D. Gromb & F. Panunzi, *Agency Conflicts in Public and Negotiated Transfers of Corporate Control*, 55(2) J. FIN. 647 (2000)

15 ראו Zwibel, לעיל ה"ש 9.

הצבה של נוסחה (19) בנוסחות (18) ו-(20) תניב את הנוסחה הבאה:

$$Vc \left[ f\{PI(N_1, N_2)\} + f\{PI(N_2, N_1)\} \right] + (\Delta N_2) Pr(N_1, N_2) = Vc \quad (א20)$$

הצבה של נוסחה (15) בנוסחה (א20) תניב את הנוסחה הבאה:

$$\left[ f(PI_{N_2, N_1}) + (1-\rho)f(PI_{N_2, N_1}) + \rho f(PI_{N_2 + \Delta N_2 \leq N_1 + \Delta N_1}) \right] = 1 \quad (21)$$

נשתמש בנוסחה (21) על-מנת למצוא את המחיר שיוצע על-ידי היריב בעבור קול יחיד. טבלה 1 מספקת תוצאה מדוגמה חישובית על-ידי יישום מדד הכוח של Shapley.

טבלה 1<sup>16</sup>

חלק המניות של שחקן 2						חלק המניות של שחקן 1
0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0	
0	0	0	0	0	0	0.1
0	0.081295	0.176984	0.253769	0.326309	0.504892	0.2
0	0.119776	0.292941	0.412312	0.551731	0.709454	0.3
0	0.192198	0.375604	0.553283	0.682162	0.814601	0.4
0	0.326222	0.535274	0.661218	0.77096	0.877932	0.5
	1	1	1	1	1	

### פרק ג: פונקציית ביקוש של שליטה

בפרק זה של המאמר נשמוט את ההנחה ששווי השליטה הכולל קבוע. על-פי Jensen ו-Meckling<sup>17</sup>, נניח כעת שעקומת הביקוש של כל מחפש שליטה פוחתת ככל שרמת

16 הטבלה מציגה את ערכי השליטה שבבעלותו של שחקן 1 (בשורות) כאשר יריבו (שחקן 2) מחזיק בבעלותו את כמות המניות בשורה הראשונה  $\rho=0.5$ , מדד הכוח של Shapley משתמש במקור ב-1,000 מניות.

17 ראו: Jensen & Meckling, לעיל ה"ש 2.

התקבולים הצפויים (security benefits) שלו פוחתת. מתאם זה קיים משום שהפקת תועלת פרטיות מפחיתה את התקבולים הצפויים הקשורים לרמת ההחזקה במניות, והחזקה מוגברת במניות מגדילה את העלות של הפקת התועלות הפרטיות.

אנו מגדירים את פונקציית הביקוש בצורתה הכללית כ-  $V_{ci} = g\{N_i\}$ . תחילה נניח שעקומת ביקוש זו זהה לכל מחפשי השליטה. לאחר מכן נאפשר לעקומות הביקוש להשתנות בין השחקנים השונים. מספר המניות של ההנהלה קובע את רמת הביקוש. בשיווי-המשקל ההתחלתי, רמה זו הינה עצמאית ואינה תלויה בזו של המתחרה. אם בתחילה הנהנו כי שווי השליטה קבוע, כעת נקבע את שני התנאים הבאים לעקומות הביקוש לשליטה על בסיס כמות מניות.

א. מאזן האימה או תנאי שיווי-המשקל:

בעל המניות העיקרי אינו מוכן לשלם בעבור זכויות הצבעה יותר מ-

$$P_c = \rho \frac{\left( g(N_1 + \Delta N_2) f(PI_{N_1 + \Delta N_2 | N_2 + \Delta N_2}) - g(N_1) f(PI_{N_1 | N_2}) \right)}{\Delta N_1} \quad (22)$$

בעוד הריב עלול להציע:

$$P_r = \rho \frac{\left( g(N_2 + \Delta N_2) f(PI_{N_2 + \Delta N_2 | N_1 + \Delta N_2}) - g(N_2) f(PI_{N_2 | N_1}) \right)}{\Delta N_1} \quad (23)$$

בניגוד למקרה של ערך שליטה קבוע, בתנאים הנוכחיים לא יהיה נכון בהכרח לקבוע שהמחיר שיציע בעל השליטה בפועל יהיה גבוה מזה שיציע מתחרהו לשליטה בחברה. למעשה, בחלק מהמקרים, המחיר שיציע המתחרה יהיה גבוה יותר עקב פונקציית הביקוש לשליטה. ללא קשר למחירים גבוהים יותר, שום מחפש שליטה לא יציע יותר ממה שיציע מתחרהו ועוד קבוע (epsilon). לכן השוק קובע מחיר  $P_s$ , כאשר  $P_m = \min\{P_c, P_r\}$ . על-פי היגיון זה, ובהמשך לאמור בפרק ב, מחיר השוק  $P_m$  בעבור מניית הצבעה יחידה יהיה:

$$P_m = \frac{\Delta N_2}{N - N_1 - N_2} P_s = \frac{\Delta N_2}{N - N_1 - N_2} \text{MIN} \left\{ \rho \frac{\left( g(N_1 + \Delta N_2) f(PI_{N_1 + \Delta N_2 | N_2 + \Delta N_2}) - g(N_1) f(PI_{N_1 | N_2}) \right)}{\Delta N_2}, \rho \frac{\left( g(N_2 + \Delta N_2) f(PI_{N_2 + \Delta N_2 | N_1 + \Delta N_2}) - g(N_2) f(PI_{N_2 | N_1}) \right)}{\Delta N_2} \right\} \quad (24)$$

## ב. ערך השליטה הכולל:

אף ששווי השליטה הכולל הקובע את מחיר השוק של מניות ההצבעה אינו קבוע, ניתן לצפות שיהיה אפשר לבטא את הפונקציה של רמת השליטה הנתונה בידי השחקנים השונים בשוק בצורה הבאה:

$$\tilde{V}_c = \left( \text{MIN} \left\{ \begin{aligned} & (g(N_1 + \Delta N_2)) f(PI_{N_1 + \Delta N_2 | N_2 + \Delta N_2}) - g(N_1) f(PI_{N_1 | N_2}) \\ & (g(N_2 + \Delta N_2)) f(PI_{N_2 + \Delta N_2 | N_1 + \Delta N_2}) - g(N_2) f(PI_{N_2 | N_1}) \end{aligned} \right\} \right) \quad (25)$$

אם, לדוגמה, ההנהלה בפועל משיגה את מינימום המניות הנדרשות על-מנת להפעיל שליטה בחברה, אזי  $\tilde{V}_c$  ייקבע על-פי עקומת הביקוש שלה. מכאן שערך השליטה הכולל הוא:

$$\left[ g(N_1) f(PI_{N_1 | N_2}) + g(N_2) f(PI_{N_2 | N_1}) \right] + (N - N_1 - N_2) P_M = \tilde{V}_c \quad (26)$$

## ג. דוגמה:

נתבונן על מקרה שבו פונקציית הביקוש לשליטה עומדת ביחס ישר להחזקת המניות, כמו במצב שמציגים Jensen ו-Meckling<sup>18</sup>:

$$g(N_i) = \bar{V}_c - aN_i \quad (27)$$

$\bar{V}_c$  הוא הביקוש המרבי לשליטה כאשר למחפש השליטה אין זכות לקבלת דיבידנדים והוא יכול להפיק תועלות אישיות בלבד שאינן עולות לו דבר. התועלות הפרטיות מופקות על-חשבון מחזיקי המניות שאינם שולטים בחברה, כאשר  $i$  בעלי מניות בלי שליטה בחברה מחזיקים בכל המניות בחברה -  $N_i = N$  and  $\bar{V}_c - aN_i = g(N) = 0$ .<sup>18</sup> מחיר השוק של מניות מבוסס על כמות השליטה המבוקשת על-ידי המתחרה כאשר הוא מציע פחות בעבור זכויות הצבעה. המתחרה שמציע יותר יוכל לרכוש בהצלחה את המניות הנדרשות לשם שליטה בחברה, ולהפעיל את השליטה על בסיס חוסר יכולתו של המתחרה להעמיד הצעה מתחרה. לכן התנהגותם של בעלי מניות השליטה וזו של מתחריהם יקבעו את שווי השליטה הכולל, וכתוצאה מכך את מחיר השוק. מי שמציע את ההצעה הנמוכה ביותר קובע את שווי השוק של המניות המוחזקות על-ידי גופים שאינם חפצי שליטה. עקומת הביקוש של המתחרה המרכזי קובעת:

$$\begin{aligned} & (\bar{V}_c - aN_1) f(PI_{N_1, N_2}) + (\bar{V}_c - aN_2) f(PI_{N_2, N_1}) + \\ & \text{MIN} \left\{ \begin{aligned} & \rho((\bar{V}_c - a(N_1 + \Delta N_2)) f(PI_{N_1 + \Delta N_2, N_2 + \Delta N_2}) - (\bar{V}_c - aN_1) f(PI_{N_1, N_2})) \\ & \rho((\bar{V}_c - a(N_2 + \Delta N_2)) f(PI_{N_2 + \Delta N_2, N_1 + \Delta N_2}) - (\bar{V}_c - aN_2) f(PI_{N_2, N_1})) \end{aligned} \right\} = \tilde{V}_c \end{aligned} \quad (28)$$

כאשר:

$$\bar{V}_C = \left( \text{MAX} \left\{ \left( (\bar{V}_C - a(N_1 + \Delta N_2)) f(PI_{N_1 + \Delta N_2, N_2 + \Delta N_2}) - (\bar{V}_C - aN_1) f(PI_{N_1, N_2}) \right) \right\} \right) \quad (29)$$

את משוואה (28) ניתן לבטא במושגים של נוסחות המוציאות זו את זו:

$$\begin{aligned} (1 - \rho) (\bar{V}_C - aN_1) f(PI_{N_1, N_2}) + (\bar{V}_C - aN_2) f(PI_{N_2, N_1}) + \\ \rho (\bar{V}_C - a(N_1 + \Delta N_2)) f(PI_{N_1 + \Delta N_2, N_2 + \Delta N_2}) = \bar{V}_C - aN_2 \quad \text{או:} \\ (\bar{V}_C - aN_1) f(PI_{N_1, N_2}) + (1 - \rho) (\bar{V}_C - aN_2) f(PI_{N_2, N_1}) + \\ \rho (\bar{V}_C - a(N_2 + \Delta N_2)) f(PI_{N_1 + \Delta N_2, N_2 + \Delta N_2}) = \bar{V}_C - aN_1 \quad (30) \end{aligned}$$

אם ניישם גם את משוואה (25), אזי:

$$\begin{aligned} \left( (V_C - a(N_2 + \Delta N_2)) f(PI_{N_2 + \Delta N_2, N_1 + \Delta N_2}) - \bar{V}_C - aN_2 \right) f(PI_{N_2, N_1}) \\ \text{או:} \\ \left( V_C - a(N_1 + \Delta N_2) f(PI_{N_2 + \Delta N_2, N_1 + \Delta N_2}) - (\bar{V}_C - aN_2) f(PI_{N_2, N_1}) \right) \quad (31) \end{aligned}$$

משוואה זו מביאה אותנו אל המחיר המינימלי שיציעו קונים. מערכת זו נפתרת בטבלה 2. יישום זה מוביל אותנו לעקומת ביקוש לינארית פשוטה עם שיפוע  $\beta=1.5$  ו- $\rho=0.5$ .

טבלה 2<sup>19</sup>

חלק המניות של שחקן 2						חלק המניות של שחקן 1
0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0	
0	0	0	0	0	0	0.1
0	0.087762	0.174068	0.252197	0.327664	0.511929	0.2
0	0.129034	0.314703	0.415065	0.561003	0.72862	0.3
0	0.191398	0.378701	0.56405	0.702912	0.847881	0.4
0	0.357472	0.587402	0.723334	0.836739	0.926844	0.5
	1	1	1	1	1	

### פרק ד: מסקנות

מטרתו העיקרית של מאמר זה הייתה להציג ולחקור מודלים אנליטיים של תועלות אישיות שמחפשי שליטה בחברות נהנים מהן. עקב העדר נתונים בני-חקירה ביחס לחלק מהחברות, ולעיתים אף הסתרה מכוונת של מידע רלוונטי בנוגע לתועלות הצומחות משליטה, הערכת שוויין של התועלות הפרטיות הינה בלתי-אפשרית כמעט. עיצבנו מודל ששוויי-המשקל שלו מבטא את שוויין של זכויות ההצבעה כפונקציה של מדדי כוח (power indices) וערך השליטה. מדדי כוח יכולים לנבוע מפיזור המניות בין בעלי המניות, בעוד ששוויין של זכויות ההצבעה נובע משווי המניה בשוק. לכן שיווי-המשקל של השליטה בתאגיד נובע מפיזור השליטה וממחיר השוק של החברה.

נוסף על כך דיברנו על ההשפעה של ריבוי סוגי המניות על הערכת שווייה של השליטה הנובעת מפיזור המניות וזכויות ההצבעה. התמקדנו, ראשית, בשווי השליטה כפונקציה פשוטה של ערכן היחסי של חברות שבהן יש שני סוגי מניות. אלא שחישובים אלה אינם עוזרים לחברה עם סוג מניות אחד, ואינם משקפים סיבוכים אפשריים הנובעים מפיזור מניות בין גורמים שונים. על-מנת להתגבר על בעיה זו, קבענו רף נמוך יותר של שליטה, ובהמשך עסקנו בפיזור של מניות מסוגים שונים בין בעלי מניות, ובאופן שבו פיזורים אלה עשויים להשפיע על העקומות של שווי השליטה. אם נניח שפיזור המניות וזכויות ההצבעה

19 הטבלה מציגה את שווי השליטה שבבעלות שחקן 1 כאשר יריבו (שחקן 2) מחזיק בבעלותו את הערכים בשורה הראשונה  $p=0.5$ , מדד הכוח של Shapley משתמש במקור ב-1,000 מניות. כפונקציית הביקוש בדוגמה אנו מניחים  $\beta=1.5$ . בהינתן מידע אמפירי, ניתן לחלץ את שיפוע הביקוש.



בין בעלי המניות השולטים לבין בעלי המניות שאינם שולטים משקף את ערך התועלת האישית המופקת מהחברה, אזי חברות עם דפוסי פיזור דומים של שליטה יתאפיינו לרוב גם בדפוסי פיזור זהים של התועלת האישית המופקת מהן. על-כן יישמנו תהליך ניתוח רגרסיבי על פיזור סוגי מניות בין בעלי מניות, על-מנת לשקף את היחסים ביניהם. הצגנו תיאורים מתמטיים אחדים המראים כי תהליך רגרסיבי זה הינו אפקטיבי בבואנו להעריך את שווי השליטה כפונקציה של סוגי המניות השונים ושל פיזור המניות בחברה.

